

格付 AR 値変化の寄与度分解

(株) 日経金融工学研究所 木村和央*

1. はじめに

二項ロジットモデルに代表されるクラス分類を目的とした線型モデルの精度評価指標として、AUC, AR 値 (Somers' D) といった順序統計量 (序列精度) が重要視されている (山下・三浦 [1]). このうち、金融機関においては AR 値が最も頻繁に利用される傾向にあり、その時系列変化に大きな関心が寄せられている (柳澤ほか [2]). しかし、その変化要因の分析としては、CAP 曲線を時点間で比較するという定性的ながら重要な手法はあるものの、定量的に整理する方法は確立されているとは言いがたい. 本稿では格付 AR 値を対象として、その変化要因を寄与度分解する基本的な手法を提案した.

2. 格付 AR 値の定義と格付ランク別寄与度分解

格付ランク数を M とし、格付ランク i の債務者数の構成比を a_i , デフォルト率を p_i とする. また、ポートフォリオ全体のデフォルト率を $P = \sum a_i p_i$ とし、格付ランク i の修正デフォルト率を $q_i = p_i / \{P(1 - P)\}$ と定義する. このとき、格付 AR 値である AR , および格付ランク i の格付 AR 値への寄与度 AR_i は、

$$AR = \sum_{i=1}^M AR_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_i a_j (q_j - q_i) \operatorname{sgn}(j - i), \quad AR_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M a_i a_j (q_j - q_i) \operatorname{sgn}(j - i).$$

3. 格付 AR 値の変化要因に関する寄与度分解

$AR \rightarrow AR + \Delta AR$, $AR_i \rightarrow AR_i + \Delta AR_i$, $a_i \rightarrow a_i + \Delta a_i$, $q_i \rightarrow q_i + \Delta q_i$ と変化したとすると、

$$\Delta AR = \sum_{i=1}^M \Delta AR_i = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (F_{ij} \Delta a_i + F_{ji} \Delta a_j + G_{ij} \Delta q_i + G_{ji} \Delta q_j),$$

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \{a_j (q_j - q_i) + \Delta a_j (q_j - q_i) / 2 + a_j (\Delta q_j - \Delta q_i) / 2 + \Delta a_j (\Delta q_j - \Delta q_i) / 3\} \operatorname{sgn}(j - i),$$

$$G_{ji} = \frac{1}{2} \{a_i \cdot a_j + \Delta a_i \cdot a_j / 2 + a_i \cdot \Delta a_j / 2 + \Delta a_i \cdot \Delta a_j / 3\} \operatorname{sgn}(j - i).$$

上式は、格付 AR 値の変化要因を、格付ランク i の債務者数構成比変化 Δa_i に関する寄与度と修正デフォルト率の変化 Δq_i に関する寄与度に分解している. 2 次および 3 次の交差項については按分して各要因に組み込まれている. 本手法を時点間比較ではなく、予実対比に用いる場合は、 $\Delta a_i = 0$ であり、 q_i が予想、 $q_i + \Delta q_i$ が実績修正デフォルト率となる. この寄与度分解は、以下の表にて視覚的に解釈することが可能である. 実際のデータを用いた寄与度分解例については、講演時に報告する予定である.

格付	Δa_1	...	Δa_j	...	Δa_M	Δq_1	...	Δq_j	...	Δq_M	
1					ΔAR_1
\vdots	\vdots		$\Delta a_j \cdot \sum_k F_{jk} (j = i)$		\vdots	\vdots		$\Delta q_j \cdot \sum_k G_{jk} (j = i)$		\vdots	\vdots
i											ΔAR_i
\vdots	\vdots		$\Delta a_j \cdot F_{ji} (j \neq i)$		\vdots	\vdots		$\Delta q_j \cdot G_{ji} (j \neq i)$		\vdots	\vdots
M					ΔAR_M
	... $2 \cdot \Delta a_j \cdot \sum_k F_{jk}$ $2 \cdot \Delta q_j \cdot \sum_k G_{jk}$...					ΔAR

参考文献

- [1] 山下智志, 三浦翔 (2011). 信用リスクモデルの予測精度- AR 値と評価指標-. 朝倉書店.
- [2] 柳澤健太郎, 下田啓, 岡田絵理, 清水信宏, 野口雅之 (2007). RDB データベースにおける信用リスクモデルの説明力の年度間推移に関する分析. 日本金融・証券計量・工学学会 2007 年夏季大会予稿集.

*本稿の内容は筆者に属し、所属組織の見解ではない.