

# 項目反応モデルにおける manifest probability について

大阪大学大学院基礎工学研究科 横井 智広  
大阪大学大学院基礎工学研究科 狩野 裕

項目反応理論は、学力や心理的特性についてのテストデータの分析に利用される代表的なテスト理論の1つであり、被験者の回答パターンに基づいて、テスト項目の難易度や識別力、被験者の能力値を推定することが主な目的である。また、近年では回答パターンだけではなく、回答時間も同時に考慮したモデルも利用されることが多い。各反応パターン  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_K)$  及び回答時間  $\mathbf{t} = (t_1, \dots, t_K)$  の顕在確率 (manifest probability) は、以下のように項目反応モデル  $P(\mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathbf{T} = \mathbf{t}|\theta)$  を仮定した潜在変数の分布  $F(\theta)$  で積分した形で表現される。

$$P(\mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathbf{T} = \mathbf{t}) = \int P(\mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathbf{T} = \mathbf{t}|\theta)dF(\theta) \quad (1)$$

(1) は解析的に評価できない積分表現を含んでおり、項目母数の推定などに利用する場合には、離散近似するなどの方法がとられている。もし、manifest probability が積分を伴わない表現ができるならば、離散近似が不要となり精確に計算できる。また、その統計的性質も検討しやすくなることが期待される。Holland(1990) は、 $y_k = 0, 1$  であるとき、 $\theta|\mathbf{Y} = \mathbf{y}$  の分布として正規分布を仮定し、Dutch Identity と呼ばれる次の等式を利用することで、manifest probability が陽に書けることを示した。

$$\frac{P(\mathbf{Y} = \mathbf{y})}{P(\mathbf{Y} = \mathbf{y}^*)} = E_{\theta} \left[ \exp \left( \sum_{k=1}^K (y_k - y_k^*) \log \left( \frac{P_k(\theta)}{Q_k(\theta)} \right) \right) | \mathbf{Y} = \mathbf{y}^* \right] \quad (2)$$

ここで、 $P_k(\theta) = P(Y_k = 1|\theta)$ 、 $Q_k(\theta) = 1 - P_k(\theta)$  を表す。(2) を利用して陽に表現された manifest probability は項目母数の推定へも応用可能であることも示唆されている (Hessen, 2012)。また、回答時間を考慮したモデルについても同様に Dutch Identity が成立し、manifest probability を積分表現無しで表すことが出来る (Marsman et al., 2019)。本研究では、manifest probability についての重要な性質を示し、それに基づく項目母数の推定法についても議論を展開する。数値実験等の結果については当日報告する。

## 参考文献

- [1] Hessen, J.D. (2012). Fitting and testing conditional multinormal partial credit models. *Psychometrika*. **77**(4). 693-709.
- [2] Holland, H.P. (1990). The Dutch Identity : A new tool for the study of item response models. *Psychometrika*. **55**(1). 5-18.
- [3] Marsman, M., Sigurdardóttir, H., Bolsinova, M. & Maris, G. (2019). Characterizing the manifest probability distributions of three latent trait models for accuracy and response time. *Psychometrika*. Online First Articles.
- [4] 横井智広・狩野 裕. (2019). Dutch Identity を利用した項目反応モデルの項目母数の推定. 日本行動計量学会第 47 回大会. 一般セッション発表.