

曲指数型分布族に対するE-plugin分布

東京大学・情報理工 奥戸道子, 東京大学・情報理工 駒木文保

データから真の分布に近い分布（予測分布）を構成する問題は統計学の基本的な問題である。Kullback-Leiblerダイバージェンスを損失としたときベイズ予測分布がベイズリスクについて最適だと示されている [1]が、ベイズ予測分布は陽に求まらない場合数値計算は困難であり、パラメータの推定量をpluginしたplugin分布なども利用される。

本発表では、曲指数型分布族に属する統計モデルに対してE-plugin分布という新たな予測分布のクラスを提案する。“E”はextendedの意味であり、E-plugin分布はモデルを拡張した指数型分布族に埋め込み、その拡張モデルのパラメータの推定量をpluginすることで構成される。

まず、拡張モデルである指数型分布族では期待値パラメータについての事後平均がベイズ推定量であることを示し、そのE-plugin分布がベイズリスクについて拡張モデルの中で最適であることを示す。以後、拡張モデルのベイズ推定量をE-ベイズ推定量と書く。ベイズ予測分布が確率分布の積分で表されるのに対し、E-ベイズ推定量のE-plugin分布はパラメータの積分のpluginで表現されるので、数値計算が容易である。具体例において、E-ベイズ推定量のE-plugin分布とベイズ予測分布のKullback-Leiblerリスクを比較し、問題によってはE-ベイズ推定量のE-plugin分布がベイズ予測分布に拮抗する性能を持つことを示す。

さらに、E-ベイズ推定量のE-plugin分布についてベイズ予測分布に関する情報幾何分野のいくつかの結果が平行に成立していることを示す。E-plugin分布を元のモデル内の分布に、その接空間に垂直な成分を足すことで漸近的に表し、その垂直移動によってKullback-Leiblerリスクが改善されることを示す。最適な垂直移動がE-ベイズ推定量のE-plugin分布への垂直移動と一致していることを示し、リスクの改善分の幾何的な意味について考察する。さらに、E-ベイズ推定量のE-plugin分布に対する事前分布の選択について、Jeffreys事前分布を漸近的に優越するための優調和条件を与え、縮小型の事前分布が有効であることを示す。

発表では応用例を用いてE-plugin分布が計算量やベイズ予測分布とのリスクの差を考慮したとき実用上有用な予測分布のクラスであることを示し、情報幾何的な性質を議論する。本発表の内容は [2]に基づいている。

参考文献

- [1] J. Aitchison (1975). Goodness of prediction fit. *Biometrika*, vol. 62, pp. 547–554.
- [2] M. Okudo and F. Komaki (2019). Extended plugin densities for curved exponential families. *arXiv:1906.07514*.