

収益率とボラティリティ間の相互相関におけるべき乗則

広島経済大学 高石 哲弥

1. はじめに

金融資産収益率時系列には、共通に現れる性質があり、それらをまとめて Stylized facts と呼ぶ。Stylized facts の1つにボラティリティと収益率の関連性における非対称性がある。この性質は、正の収益率よりも負の収益率が起こった後にボラティリティがより上昇する傾向があるというもので、特に株価の収益率に顕著に現れることがよく知られている。この性質を説明するものとして、Black[1] は Leverage 効果を提唱している。Bouchaud らは株価のボラティリティと収益率との関連の時間依存性を調べるために、相互相関関数を計算し[2]、相互相関関数は指数関数的に振る舞うとした。

本研究では、ビットコインの価格に注目し、ビットコインのボラティリティと収益率の相互相関関数を計算する。ここでは、以下のように相互相関関数を一般化した式 (1) を計算する。

$$CC_d(j) = \frac{E[(r_i - p)(|r_{i+j}|^d - q)]}{\sigma_1 \sigma_2} \quad (1)$$

ここで、 r_i は収益率、 d は絶対値収益率のべき指数である。 p と q はそれぞれ収益率と絶対値収益率のべき乗の平均である。 σ_1 と σ_2 はそれぞれ r と $|r|^d$ の標準偏差である。絶対値収益率のべき乗を利用する理由は、これまでの研究から、絶対値収益率のべき乗の自己相関がべき乗値に依存するという Taylor 効果がビットコイン存在することが知られており[3]、相互相関においてもべき乗値に依存するかどうかを調べるためである。

2. 結果

本研究では、Bitstamp 取引所の 2015 年 1 月～2019 年 1 月までのデータから 2 分ごとの収益率時系列を作成し、(1) 式を計算した。計算の結果、正のラグ j に対して相互相関が負となることが分かった。更に、図 1 は $d=1$ のときの $-CC_d(j)$ を対数プロットしたものであるが、べき的振る舞いをしていることが分かる。この結果は、Bouchaud ら[2] が発見した指数関数とは違う結果となった。様々な d の値に対して相互相関を計算し、結果を $\kappa/j^{-\nu}$ の関数形でフィットした。図 2 はフィティングの結果 κ を d の関数としてプロットしたものである。 κ は相互相関の強さを表しており、図 2 から κ は d の値に依存し、 $d=1.4$ の辺りで最大となることが分かった。

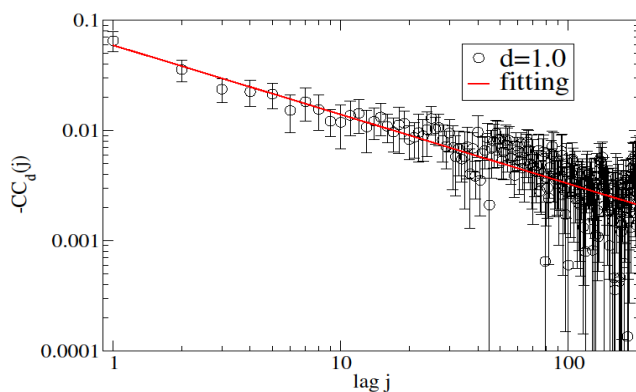


図 1 : 一般化相互相関関数 $-CC_d(j)$

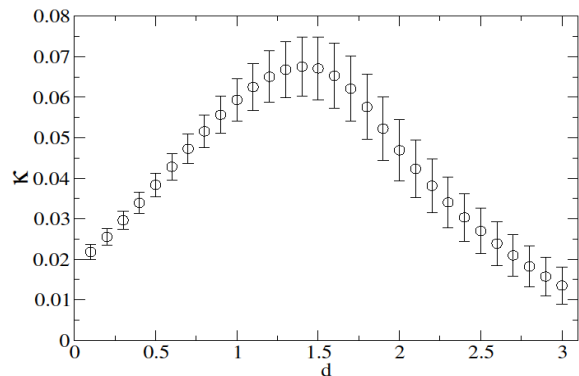


図 2 : フィティング結果 κ

参考文献

- [1] F.Black, Studies of Stock Market Volatility Changes. 1976 Proceedings of the American Statistics Association, Business and Economic Statistics Section (1976)177-181.
- [2] J.Bouchaud, A.Matacz and M.Potters, Leverage effect in financial markets: The retarded volatility model. Physical review letters 87(2001) 228701.
- [3] T.Takaishi and T.Adachi, Taylor effect in Bitcoin time series. Economics Letters 172(2018)5-7.