

非対称 t 接合関数を用いたリスク管理

首都大学東京大学院 経営学研究科 吉羽 要直

金融ポートフォリオのリスク量把握に際し、リスクファクター間の依存構造は、依存の程度を相関行列で柔軟に調整できる正規接合関数か t 接合関数で表現されることが多い。 t 接合関数には、ファクターとなる資産価格変動の裾での強い依存性を表現できる利点がある一方、依存性が上下対称になるという制約がある。本研究では、裾依存性の上下の非対称性を表現できる非対称 t 接合関数を取り上げてリスク管理への応用を検討する。

最尤法によってパラメータを推定可能な非対称 t 接合関数としては、[1]で提案された多変量非対称 t 分布に内包される接合関数（AC 非対称 t 接合関数と呼ぶ）と[2]で提案された一般化双曲型（generalized hyperbolic）の接合関数（GH 非対称 t 接合関数と呼ぶ）がある。[3]では双方の非対称 t 接合関数に対する最尤法の高速度なアルゴリズムを提案している。

本研究では、まず、TOPIX の業種別株価指数の日次変動率についてそのボラティリティ変動を GARCH/EGARCH でモデリングし、基準化誤差を求める。次に、3 業種から成るグループの日次変動率ないし基準化誤差の依存構造について、正規、 t 、AC 非対称 t 、GH 非対称 t の各接合関数を[3]で提案された手法で推定し、情報量規準で接合関数を選択する。3 業種グループとしては、高相関・金融グループ（銀行業、保険業、証券・商品先物取引業）と低相関グループ（銀行業、空運業、電機・ガス業）の 2 つのグループを構成し、各グループの等ウェイトポートフォリオに対し、日次のリスク量（様々な信頼水準の Value-at-Risk < VaR > と期待ショートフォール < ES >）を計測する。観測期間を 500 営業日とし、ストレス時（2007 年 8 月～2011 年 9 月の 1,000 営業日）と平時（2014 年 8 月～2018 年 9 月の 1,000 営業日）とで VaR および ES をバックテストする。

情報量規準でのモデル選択の結果、AC ないし GH 非対称 t 接合関数が選ばれることが多く、負の非対称性が強いことが示された。VaR および ES のバックテストによる検証の結果、ボラティリティ変動を考慮したモデリングの重要性が示され、信頼水準との整合性の観点で AC ないし GH 非対称 t 接合関数を用いたリスク量計測の有効性が示された。

参考文献

- [1] Azzalini, A. and A. Capitanio (2003), Distributions generated by perturbation of symmetry with emphasis on a multivariate skew t -distribution, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, **65**(2), 367–389.
- [2] Demarta, S., and A. J. McNeil (2005), The t copula and related copulas, *International Statistical Review*, **73**(1), 111–129.
- [3] Yoshida, T. (2018), Maximum likelihood estimation of skew- t copulas with its applications to stock returns, *Journal of Statistical Computation and Simulations*, **88**(13), 2489–2506.