

金融資産の価格の共分散行列の予測において正定値性を保証したモデルの紹介

関西学院大学 中澤 碧斗

関西学院大学 森本 孝之

1 はじめに

金融資産（特に株式）の価格の共分散行列の予測は、最適ポートフォリオ構築において不可欠である。共分散行列を予測する通常のアプローチとしては、多変量 GARCH クラスのモデルを使用することと、高頻度データを使用して実現共分散行列を求めることとの2通りが挙げられる。しかし、既存のアプローチには、予測される共分散行列の正定値性が一般的に保証されないという課題がある。

本発表では、上記の課題を解決した共分散行列の予測モデルとして、Golosnoy et al.(2012) が提唱した CAW モデル及び、CAW モデルを拡張したモデルとして Anatolyev and Kobotaev(2018) が提唱した CTAW モデルを紹介する。

2 CAW(conditional autoregressive Wishart) モデル

Golosnoy et al.(2012) は、 Y_t が t 時点における計 n 銘柄の株価の共分散行列であるとき、 $Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots$ は n 次元 Wishart 分布に従うことを仮定した。そして、この仮定と同値である共分散行列の予測モデルとして、同論文では以下の CAW(p,q) モデルが提唱された：

$$S_t = CC' + \sum_{i=1}^p B_i S_{t-i} B_i' + \sum_{i=1}^q A_i Y_{t-i} A_i' \quad (1)$$

ただし、 $S_t = E[Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots]$

C : 対角成分が正である $n \times n$ 下三角行列、

B_i, A_i : (1, 1) 成分が正である n 次正方行列

3 CTAW(conditional threshold autoregressive Wishart) モデル

Anatolyev and Kobotaev(2018) では、CAW モデルにレバレッジ効果を導入したモデルである CTAW(p,q) モデルが提唱された：

$$S_t = CC' + \sum_{i=1}^p (B_i + \sum_{j=1}^n H_{i,j} I_{j,t-i}) S_{t-i} (B_i + \sum_{j=1}^n H_{i,j} I_{j,t-i})' + \sum_{i=1}^q (A_i + \sum_{j=1}^n G_{i,j} I_{j,t-i}) Y_{t-i} (A_i + \sum_{j=1}^n G_{i,j} I_{j,t-i})' \quad (2)$$

ただし、 $I_{j,t-i}$: j 番目の銘柄が i 期間前と比べて価格が下がったかどうかを表す指示関数

$H_{i,j}, G_{i,j}$: j 行でも j 列でもない成分は 0 に等しい n 次正方行列

参考文献

- [1] 沖本竜義 (2010) 経済・ファイナンスデータの計量時系列解析, 朝倉書店, p.157, pp.162-166
- [2] Vasyi Golosnoy, Bastian Gribisch, Roman Liesenfeld (2012) The conditional autoregressive Wishart model for multivariate stock market volatility. *Journal of Econometrics*, 167, 211-223
- [3] Stanislav Anatolyev, Nikita Kobotaev(2018) Modeling and forecasting realized covariance matrices with accounting for leverage, *Econometric Reviews*, 37:2, 114-139