

# Scale mixture を用いた skewed Kalman filter の拡張とその応用

東京大・経済・院 栗栖大輔  
統計数理研究所 川崎能典

## 1 はじめに

Kalman filter は一期先予測誤差の累積として時系列モデルに尤度を与える本質的な道具である。尤度を最大化するパラメータが得られた後では固定区間平滑化により時系列の全ての情報を利用し、各時点での状態の精密な推定が可能となる。従ってデータの生成構造の精密な推定という意味で、トレンド推定、季節調整、確率的ボラティリティの推定等の問題において平滑化は非常に重要である。

Naveau et al. (2005) は正規線形状態空間モデルのひとつの拡張として skewed state space model を提案し、観測時系列を非対称な分布に従う成分時系列を含む複数の成分に分解する枠組みを示した。このモデルは正規分布を特殊ケースとして含む分布である closed skew normal (CSN) distribution をもとに構成される。このモデルで用いられる計算手法は skewed Kalman filter (SKF) と呼ばれる。例えば金融市場では、先物の取引価格等が非対称で裾の重い分布に従うことが知られていることから、金融機関等でのリスク管理の観点から非対称性の定量的評価が重要となる局面が考えられる。更に Kim et al. (2014) ではより柔軟なモデルとして CSN の scale mixture を用いた SKF の拡張について述べられている。

## 2 研究内容

Skewed state space model として以下のモデルを考える。

$$\begin{aligned} y_t &= F_{\lambda_t} x_t + V_{\lambda_t} \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, 1) \\ &= \underbrace{Q_{\lambda_t} u_t}_{\text{linear part}} + \underbrace{P_{\lambda_t} s_t}_{\text{skew part}} + V_{\lambda_t} \varepsilon_t \\ u_t &= K_{\lambda_t} u_{t-1} + H_{\lambda_t} \eta_t^* \quad \eta_t^* \sim N(0, 1) \\ v_t &= -l_{\lambda_t} v_{t-1} + \sigma_{\lambda_t} \eta_t^+ \quad \eta_t^+ \sim N(0, 1) \\ s_t &\stackrel{d}{=} (v_t | v_{t-1} \leq D_t^+ \psi_t^+) \sim \text{CSN}(\psi_t^+, \Omega_t^+, D_t^+, \nu_t^+, \Delta_t^+) \\ \lambda_t &\sim \pi(\lambda_t | \lambda_{t-1}) \end{aligned}$$

本報告ではまず SKF における平滑化法を提案し、商品先物価格に対して提案手法を適用した結果を述べ、Kalman filter を適用した場合と比較を行う。次に、scale mixture を用いた SKF の拡張に関して、あり得べき実装方法を探る。Kim et al. (2014) の示した推定アルゴリズムは実装上の問題を度外視した一般論である一方、数値例では混合尺度の変動を極めて限定的なケースに落とし込んで扱っているに過ぎない。このギャップを埋めるべく、実際には未知の混合尺度を推定するための現実的な実装方法を、幾つかのケースを想定した数値実験を通して探索した結果を報告する。

## 参考文献

- [1] Naveau, P. Genton, M. G. Shen, X. (2005), A skewed Kalman filter, *Journal of Multivariate Analysis* 94, 382-400
- [2] Kim, H. M. Ryu, D. Mallick, B. K. Genton, M. G. (2014), Mixtures of skewed Kalman filters, *Journal of Multivariate Analysis* 123, 228-251