

Trend, seasonality and economic time series (トレンド・季節性と多次元経済時系列)

東京大学・経済 国友直人 & 東京大学・経済 佐藤整尚

1. 多次元非定常時系列

離散時刻 i ($i = 1, \dots, n$) における (適当に変換した $p \times 1$) 観測値ベクトル $\mathbf{y}_i (= (y_{ij}), j = 1, \dots, p)$ に対しトレンド成分 $\mathbf{x}_i (= (x_{ij}))$, 季節成分 $\mathbf{s}_i (= (s_{ij}))$, 不規則成分 $\mathbf{v}_i (= (v_{ij}))$ とする加法分解モデル $\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{s}_i + \mathbf{v}_i$ を考察する。観察される経済時系列の多くは定常過程ではなく非定常時系列と見なせるが、階差操作・季節階差をとると変動が安定することが多い。多次元時系列を分析する一つの目的は変数間の関係を抽出することであるが、しばしば季節調整値や各系列の(季節)階差をとり変数間の関係が分析される。ここではトレンド・季節性などの構成要素間の関係を直接に考察する。

例 1: 単純な二次元 ($p = 2$) 時系列 $x_{i1} = \mu_i, x_{i2} = \beta\mu_i, (1 - \mathcal{L})\mu_i = w_i^{(x)}$; $s_{i1} = \mu_i^{(s)}, s_{i2} = \nu_i^{(s)} = \beta_s \mu_i^{(s)}, (1 + \mathcal{L} + \dots + \mathcal{L}^{s-1})\mu_i^{(s)} = w_i^{(s)}$ ($i = 1, \dots, n$) とする。ここで $w_i^{(x)}, w_i^{(s)}$ は i.i.d. 確率変数列 ($\mathcal{E}(w_i^{(x)}) = 0, \mathcal{E}(w_i^{(s)}) = 0, \mathcal{E}(w_i^{(x)2}) = \sigma_x^2, \mathcal{E}(w_i^{(s)2}) = \sigma_s^2$) とする。このとき表現

$$(1) \quad \mathbf{y}_i = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \end{pmatrix} \mu_i + \begin{pmatrix} 1 \\ \beta_s \end{pmatrix} \mu_i^{(s)} + \mathbf{v}_i$$

では μ_i はランダムウォーク, $(1 - \mathcal{L})\mu_i^{(s)}$ は季節ランダムウォークにしたがう。左より $\alpha' = (-\beta, 1)$ を乗ずると $\beta = \beta_s$ なら構造方程式 $\alpha' \mathbf{y}_i = u_i$ (ここで方程式誤差は $u_i = \alpha' \mathbf{v}_i$, $\beta \neq \beta_s$ の時には季節性を含む構造方程式) が得られる。

2. マクロ SIML 法

非定常時系列に対する変数誤差モデルの推定方法としては最尤法 (ML) が考えられるが、変数誤差モデルでは一般に最尤推定の解の挙動は自明でない。ここではファイナンス計量分析の為に Kunitomo-Sato (2008, 2013) が開発した分離情報最尤推定 (SIML 推定, Separating Information Maximum Likelihood Estimation) を適用する。(Macro-SIML 法と呼ぶ。) SIML 法により多次元非定常時系列のトレンド成分の分散・共分散、季節成分の分散・共分散、誤差の共分散の分散・共分散を周波数成分分解より推定するとき、推定量は良い漸近的性質を持つ事がわかったので、理論的な結果 (Kunitomo-Sato (2015)) と実際の応用例を報告する。

3. 参考文献

Engle, R. and C.W.J. Granger (1987), "Co-integration and Error Correction," *Econometrica*, Vol.55, 251-276.

Johansen, S. (1995), *Likelihood Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford UP.

Kunitomo, N. and S. Sato (2008, 2013), "Separating Information Maximum Likelihood Estimation of Realized Volatility and Covariance with Micro-Market Noise," (CIRJE F-581, Graduate School of Economics, University of Tokyo), *North American Journal of Economics and Finance*..

Kunitomo, N. and S. Sato (2015), "Trend, seasonality and economic time series : the nonstationary errors-in-variables models," Unpublished Manuscript (CIRJE F-977, University of Tokyo).