

状態空間モデルを用いた神経電位の位相推定

東京大・情報理工 松田 孟留

東京大・情報理工, 理研・脳センター 駒木 文保

脳波や Local Field Potential などの神経電位時系列は, その位相が生理学的に重要な意味をもつことが近年明らかにされてきている [2]. しかしながら, 一般に信号の位相の数学的な定義は自明とはいえない. 従来はバンドパスフィルタリングとヒルベルト変換によって位相を推定している. すなわち, バンドパスフィルタをかけた信号 $x(t)$ を

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau, \quad z(t) = x(t) + iy(t)$$

によって解析信号 $z(t)$ に変換し, その偏角を位相としている. しかし, このような推定法は観測ノイズやフィルタリング方法によって結果が不安定になってしまう.

本研究では, 状態空間モデルに基づいた信号の位相の推定手法を開発した. Wiener は, 脳波のスペクトルにおいてアルファ帯域 (10Hz 付近) にピークができる原理について, 確率微分方程式のモデルを用いて考察した [3]. このモデルは, 振動子の周波数がランダムにゆらぐ (「時計の針が震える」) という発想から導入されたものである. 提案手法では, このランダム周波数変調の発想をもとに線形ガウス型の状態空間モデル

$$\begin{pmatrix} x_{t+1,1}^{(k)} \\ x_{t+1,2}^{(k)} \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} \cos(f_k \Delta t) & -\sin(f_k \Delta t) \\ \sin(f_k \Delta t) & \cos(f_k \Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t,1}^{(k)} \\ x_{t,2}^{(k)} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_k^2 & 0 \\ 0 & \sigma_k^2 \end{pmatrix} \right) \quad (k = 1, \dots, K),$$
$$y_t \sim N \left(\sum_{k=1}^K x_{t,1}^{(k)}, \tau^2 \right)$$

を用いる. ここで Δt は y_t のサンプリング間隔である. このモデルでは, 神経電位 y_t には K 個の (ランダム周波数変調あり) 振動子の活動が重ね合わさっていると仮定し, k 番目の振動子の周波数を f_k , 座標を $(x_{t,1}^{(k)}, x_{t,2}^{(k)})^T$ としている. よって, y_t にカルマンフィルタ・スモータを適用することで, 各振動子の振幅と位相が推定できる. 状態空間モデルのパラメータ $f_1, \dots, f_K, \sigma_1^2, \dots, \sigma_K^2, \tau^2$ は EM アルゴリズムによって, 振動子の個数 K は情報量規準 ABIC[1] の最小化によってあらかじめ決定しておく. したがって, ヒルベルト変換による方法ではバンドパスフィルタをあらかじめ定めておく必要があるのに対して, 提案手法では観測信号に含まれる振動子の個数や各振動子の周波数はデータから自然に定められる.

参考文献

- [1] H. Akaike. Likelihood and the Bayes procedure. In *Bayesian Statistics*, Eds. J. M. Bernardo, M. H. DeGroot, D. V. Lindley and A. F. M. Smith, pp. 1–13. Valencia, Spain, 1980.
- [2] G. Buzsáki. *Rhythms of the Brain*. Oxford University Press, Oxford, 2011.
- [3] N. Wiener. *Nonlinear problems in random theory*. MIT Press, Cambridge, 1966.