

# 平均と分散の同時縮小推定における変量効果のロバストな予測について

東京大学・経済・院 玉江 大将  
東京大学・経済 久保川 達也

- はじめに

地域レベルの情報をデータから知りたい時に、標本数が小さい場合は推定精度が低くなってしまいう問題がある。これは小地域推定問題と呼ばれている。小地域推定問題において、従来は標本分散をそのまま使っていた。しかし、小地域においてはサンプルサイズが小さいことから標本分散も標本平均同様に不安定であり、不安定な標本分散をもとに得た地域平均の縮小推定量も不安定なものになると考えられる。そこで標本平均と標本分散を共に縮小させる同時縮小推定モデルが Maiti et al. (2014) で提案された。このモデルから導かれるベイズ推定量は平均と分散を同時に縮小する形になるが、推定値を求めるには数値積分を用いる必要がある。

- 発表内容

小地域推定に用いられた多くのモデルは、変量効果に正規性を仮定してきた。しかし、地域の差異を表す変量効果に正規性を仮定することは必ずしも適切とは言えない。そこで本研究では、変量効果に正規分布の尺度混合分布を仮定する以下のモデルを考える。

$$\begin{aligned} y_i | \xi_i, \sigma_i^2 &\sim N(\xi_i, \sigma_i^2) \\ \xi_i &\sim N(Z_i' \beta, \tau^2) \\ v_i / \sigma_i^2 | \sigma_i^2 &\sim \chi_{n_i-1}^2 \\ 1/\sigma_i^2 &\sim G(\alpha/2, 2/\gamma) \\ 1/\tau_i &\sim G(\alpha_2/2, 2/\gamma_2) \end{aligned}$$

正規尺度混合分布は t 分布を含んでおり、変量効果のよりロバストな予測が可能となる。上記のモデルのもとで解析的にベイズ推定量および MSE の 2 次漸近不偏推定量を導出する。本手法の妥当性に関しては数値実験によって評価を行う。

- 参考文献

Maiti, T., Ren, H. and Sinha, S. (2014). Prediction error of small area predictors shrinking both means and variances. *Scand. J. Statist.*, **41**, 775-790.